АКАДЕМИЯ НАУК СССР

Academy of Science USSR

ЖУРНАЛ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Том 30 – vol

Journal of Computational Mathematics and Mathematical Phisics

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

"Algorithm of computing the two-dimensional discrete Fourier transform with arbitrary orders"

10

МОСКВА · 1991 · Moscow

УДК 519.67

А. М. ГРИГОРЯН

(Ереван)

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ДВУМЕРНОГО ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ ПОРЯДКАМИ

Предложен общий алгоритм вычисления двумерного дискретного преобразовния Фурье (д.д.п.Ф.), основанный на специальных покрытиях фундаментального периода преобразования, и описаны его эффективные применения.

В данной работе распространяется идея построения векторного представления [1], [2] д. д. п. Ф. на случаи, когда порядки преобразования произвольные, но имеют общие делители. Показано, что фундаментальный период такого преобразования можно так разбить на непересекающиеся множества отсчетов, что совокупности составляющих д. д. п. Ф. на них являются полными образами соответствующих одномерных д. п. Ф.

§ 1. Понятие покрытия, раскрывающего д.д.п.Ф.

Рассмотрим произвольных порядков $N_1 \times N_2$-точечное д. д. п. Ф. F_{N_1, N_2}, фундаментальный период которого для простоты изложения предположим равным прямоугольной области

$$X = X_{N_1, N_2} = \{(n, m);\ n=0, 1, \ldots, N_1-1,\ m=0, 1, \ldots, N_2-1\}.$$

Фурье-составляющая двумерной последовательности $f=\{f_{n,m};\ n=0, 1, \ldots, N_1-1,\ m=0, 1, \ldots, N_2-1\}$ в отсчете $(p, s) \in X$ есть

$$F_{p,s} = (F_{N_1,N_2} \circ f)_{p,s} = \sum_{n=0}^{N_1-1} \sum_{m=0}^{N_2-1} f_{n,m} W_{N_1}{}^{np} W_{N_2}{}^{ms},$$

где $W_{N_k} = \exp(2\pi i/N_k)$, $k=1, 2$.

Обозначим через σ некоторое покрытие области X, т. е. такое семейство (T) подмножеств $T \subseteq X$, объединение которых равно X. Среди покрытий области X рассмотрим такие σ, которые удовлетворяют простому свойству разбиения д. д. п. Ф. на ряд одномерных.

Определение. Покрытие σ раскрывает преобразование F_{N_1, N_2}, если для каждого $T \in \sigma$ выполняется условие

$$(F_{N_1, N_2} \circ f)_{|T} = F_{\operatorname{card} T} \circ f_T, \tag{1.1}$$

где знак $|_T$ обозначает ограничение последовательности на множество отсчетов T, $\operatorname{card} T$ — мощность множества T, а f_T — некоторая одномерная последовательность, соответствующая $N_1 \times N_2$-мерной последовательности f.

§ 2. Общий алгоритм вычисления д.д.п.Ф.

Пусть σ — некоторое покрытие, раскрывающее F_{N_1, N_2}.

Алгоритм вычисления д. д. п. Ф. $N_1 \times N_2$-мерной последовательности f, согласно определению σ, представляет собой выполнение для каждого $T \in \sigma$ следующих процедур:

1) вычисление последовательности f_T;

2) вычисление $\operatorname{card} T$ — точечного д. п. Ф. над f_T.

Таким образом, вычисление совокупности составляющих д. д. п. Ф. для каждого множества отсчетов $T \in \sigma$ не зависит от вычисления составляющих для других таких множеств покрытия σ.

С другой стороны, надо отметить, что вычисление совокупности всех f_T в алгоритме представляет собой выполнение определяемого покрытием σ дискретного преобразования

$$\chi_\sigma : f \to \{f_T;\ T \in \sigma\}, \tag{2.1}$$

матрица $[\chi_\sigma]$ которого не зависит от f, и ее нетрудно вычислить. Поэтому, с точки зрения покрытий, наиболее интересными для алгоритма являются покрытия σ, соответствующие преобразования χ_σ которых характеризуются не сложными и легко вычислимыми матрицами. Отметим, что традиционный построчно-столбцовый алгоритм вычисления д. д. п. Ф. является частным случаем этого алгоритма, рассматриваемого для покрытия $\sigma=(T_j)$, где T_j для каждого $j=0, 1, \ldots, N_2-1$, есть j-й столбец отсчетов в области X_{N_1,N_2}. Однако такой алгоритм имеет достаточно сложную в вычислительном отношении матрицу преобразования (2.1), содержащую большое количество ненулевых элементов, принимающих значения экспоненциальных множителей $W_{N_2}{}^j$, $j=1, 2, \ldots, N_2-1$.

В [1]–[3] описаны частные случаи предлагаемого алгоритма для вычисления $L^r\times L^r$-точечного д. д.п. Ф., где L произвольное простое, а $r\geqslant 1$, с помощью покрытий σ и σ', составленных, соответственно, из циклических групп

$$T_{p,s}=\{(\overline{kp}, \overline{ks});\ k=0, 1, \ldots, \operatorname{card} T-1\} \tag{2.2}$$

и их подмножеств

$$T'_{p,s}=T'_{p,s;L}=\{((\overline{kL+1})p, (\overline{kL+1})s);\quad k=0, 1, \ldots, \operatorname{card} T'-1\}, \tag{2.3}$$

где для любого целого l, через $\bar{l}$ обозначено $l(\operatorname{mod} L^r)$.

Ниже приводятся результаты такого алгоритма вычисления д. д. п. Ф. произвольных порядков для покрытий, состоящих из указанных множеств.

§ 3. Векторный алгоритм вычисления д.д.п.Ф.

Пусть $\sigma=\sigma_{N_1, N_2}$ – неприводимое покрытие области X_{N_1, N_2}, составленное из циклических групп (2.2), т. е.

$$\sigma=\sigma_J=(T_{p,s})_{(p,s)\in J} \tag{3.1}$$

для некоторого множества образующих $J=J_{N_1, N_2}$.

Такое покрытие является раскрывающим $N_1\times N_2$-точечное д. д. п. Ф. Действительно, пусть $N_0=\text{НОД}(N_1, N_2)$ и $N_1'=N_1/N_0$, $N_2'=N_2/N_0$. Для произвольного отсчета $(p, s)\in X$ и $t=0\div N-1$, $N=N_1N_2'$, определим компоненты

$$f_{p,s,t}=\sum\{f_{n,m};\ N_2'np+N_1'ms=t \bmod N\}.$$

Тогда, как это нетрудно проверить, имеет место формула

$$F_{\overline{kp}, \overline{ks}}=\sum_{t=0}^{N-1} f_{p,s,t}W^{kt},\qquad W=W_N,\quad k=0, 1, \ldots, N-1, \tag{3.2}$$

где через $(\overline{kp}, \overline{ks})$ обозначен отсчет $(kp \bmod N_1, ks \bmod N_2)$.

Следовательно, для последовательности $f_T=\{f_{p,s,0}, \ldots, f_{p,s,N-1}\}$ выполняется условие (1.1) для каждого множества $T=T_{p,s}$.

Представление $F_{N_1, N_2}\circ f$ в виде совокупности $\{f_T;\ T\in\sigma\}$ будем называть векторным представлением $N_1\times N_2$-точечного д. д. п. Ф.

Неприводимые покрытия (3.1) в общем случае значений N_1, N_2 нетрудно построить. Например, для произвольных равных порядков $N\times N$ оно определяется множеством образующих

$$J=J_{N,N}=\left(\bigcup_{s=0}^{N-1}(1, s)\right)\cup\left(\bigcup_{p\in B_N}(p, 1)\right)\cup\left(\bigcup_{\substack{p,s\in B_N\\ \text{НОД}(p,s)=1,\ ps\leqslant N}}(p, s)\right), \tag{3.3}$$

где множество $B_N=\{n\in[0, N-1], \text{НОД}(n, N)>1\}$.

В более общем случае, когда $\text{НОД}(N_1, N_2)=L^r$, чтобы построить неприводимое покрытие (3.1), можно рассмотреть покрытие σ_I области X_{N_1, N_2}, определяемое множеством образующих

$$I=\bigcup_{s=0}^{N_2-1}(1, s)\cup\bigcup_{p=0}^{N_1-1}(p, 1).$$

Действительно, для этого достаточно из σ_I последовательно исключить все те группы T, для которых в σ_I имеется другая группа, ее содержащая. Например, легко получить $J_{8,6}=\{(1,1),\ (1,2),\ (2,1),\ (4,1),\ (6,1)\}$, $J_{6,3}=\{(1,1),\ (1,2),\ (1,3)\ (3,1)\}$.

Из (3.3) прямо следует, что число N-точечных д. п. Ф., необходимых для вычисления $N\times N$-точечного д. д. п. Ф., рассматриваемого в векторном представлении, равно

$$\operatorname{card}\sigma_{N,N}=2N-\varphi(N)+\sum_{p\in B_N} b(p),$$

где φ – функция Эйлера, а $b(p)$ – функция, равная числу элементов $s\in B_N$ взаимно простых с p и таких, что $ps\leqslant N$.

Например, для простого L

$$\operatorname{card}\sigma_{L^rL^r}=L^{r-1}(L+1),\qquad r\geqslant 1, \tag{3.4}$$

а для взаимно простых L_1 и L_2

$$\operatorname{card}\sigma_{L_1L_2,\ L_1L_2}=L_1L_2+L_1+L_2+1.$$

Для сравнения с традиционным алгоритмом отметим, что векторный алгоритм эффективнее первого, так как $\operatorname{card}\sigma_{N,\ N}\leqslant 2N$, причем знак равенства имеет место в рассматриваемых случаях только при $N=6$. Как уже отмечалось [2], этот алгоритм эффективнее и алгоритма Кули – Тьюки по векторному основанию.

Поскольку между группами $T\in\sigma$ имеют место пересечения, в векторном алгоритме происходит дублирование некоторых составляющих д. д. п. Ф., получаемых в результате выполнений N-точечных д. п. Ф. над разными f_T.

Число таких дублирований равно $N\operatorname{card}\sigma_{N,\ N}-N^2$, и все они могут быть устранены с помощью следующего рекуррентного алгоритма д. д. п. Ф., который опишем для простоты изложения только для случая $N=L^r$, $r>1$.

Нетрудно убедиться, что семейство подмножеств

$$\sigma^1=\sigma^1_{L^r,\ L^r}=(T_{p,s}\setminus T_{Lp,\ Ls})_{(p,\ s)\in J_{L^r,\ L^r}}$$

есть разбиение дополнения $X_{L^r,\ L^r}\setminus LX_{L^{r-1},\ L^{r-1}}$.

Поэтому в силу (3.4) получаем рекуррентный алгоритм вычисления $F_{L^r,\ L^r}$ посредством $F_{L^{r-1},\ L^{r-1}}$ и $L^{r-1}(L+1)$ одномерных неполных F_{L^r}, в которых все составляющие с отсчетами равными 0 и степени L не вычисляются. При этом число операций умножений для вычисления $L^r\times L^r$-точечного д. д. п. Ф. определяется рекуррентной формулой

$$M_{L^r,\ L^r}=M_{L^{r-1},\ L^{r-1}}+L^{r-1}(L+1)\,(M_{L^r}-M_{L^{r-1}}), \tag{3.5}$$

где через M_{L^k}, $k=r,\ r-1$, обозначено число операций умножений, необходимых для вычисления L^k-точечного д. п. Ф. Аналогичный результат для $L=2$ при $r>1$ и $L>2$ при $r=2$, получен в алгоритме Нуссбаумера с помощью полиномиальных преобразований [4].

Из (3.5) и (3.4) следует, что выигрыш в операциях умножений в рекуррентном алгоритме по сравнению с исходным векторным равен

$$(L+1)\,L^{r-1}M_{L^r}-M_{L^r,\ L^r}>(L^2-1)\,L^{r-2}M_{L^{r-1}}$$

и является достаточно большим числом. Например, для $L=2$ это число составляет почти половину всех умножений, так как $M_{2^r}=2^{r-1}(r-3)+2$ (см. [5]).

В общем случае порядков N_1 и N_2, используя разбиение дополнения $X_{N_1,\ N_2}\setminus LX_{N_1/L,\ N_2/L}$, где L – некоторый делитель порядков, аналогичной рекуррентной процедурой улучшается векторный алгоритм и при вычислении $N_1\times N_2$-точечного д. д. п. Ф.

§ 4. Спаренный алгоритм вычисления д.д.п.Ф.

Пусть $\sigma'=\sigma'_{N_1,N_2}$ – неприводимое покрытие области $X_{N_1,\ N_2}$, составленное из подмножеств (2.3), т. е.

$$\sigma'=((T'_{p,s;L})_{(p,s)\in J'})_{L\in D}, \tag{4.1}$$

для некоторого множества J' образующих и множества D делителей числа N. Каждое такое покрытие является раскрывающим $N_1 \times N_2$-точечное д.д.п.Ф.

Действительно, пусть L — некоторый делитель числа N. Тогда каждой составляющей $F_{p,s}$ можно сопоставить N/L-мерный вектор $\bar{F}'_{p,s} = (f'_{p,s,0}, \ldots, f'_{p,s,N/L-1})$ с компонентами

$$f'_{p,s,t} = f'_{p,s,t;L} = \sum_{k=0}^{L-1} f_{p,s,t+kN/L} W_L^k, \qquad t=0, 1, \ldots, N/L-1. \tag{4.2}$$

Для такого вектора имеет место, как это нетрудно показать, следующая формула вычисления составляющих д.д.п.Ф. в отсчетах множества $T_{p,s;L}$

$$F_{\overline{(kL+1)p}, \overline{(kL+1)s}} = \sum_{t=0}^{N/L-1} (f'_{p,s,t} W^t) W_{N/L}^{kt}. \tag{4.3}$$

Таким образом, для каждого $T'_{p,s;L} \in \sigma'$ выполняется условие (1.1), в котором последовательность $f_{T'} = \{f'_{p,s,0}, f'_{p,s,1} W^1, \ldots, f'_{p,s,N/L-1} W^{N/L-1}\}$.

Представление $N_1 \times N_2$-точечного д.д.п.Ф. над последовательностью f в виде совокупности $\{f_{T'};\ T' \in \sigma'\}$ назовем спаренным, причем L-спаренным, если все множества T' в σ' имеют одинаковый параметр L (см. [3]).

Ясно, что неприводимых покрытий вида (4.1) можно построить много. Причем в зависимости от выбора за основу того или иного покрытия можно получить в алгоритме разную организацию вычисления д.д.п.Ф. Однако очень важным является существование среди таких покрытий разбиений области X_{N_1, N_2}.

Например, в случае $N_1 = N_2 = L^r$, где L — произвольное простое, а $r > 1$, таким разбиением является семейство

$$\sigma' = ((((T'_{p,s;L})_{(p,s) \in j L^n J_{L^{r-n}, L^{r-n}}})_{j=1,2,\ldots,L-1})_{n=0,1,\ldots,r-1}, (0,0)), \tag{4.4}$$

где $I_{L^{r-n}, L^{r-n}}$ — определяемые по формуле (3.3) множества.

Такое разбиение состоит из $(L+1)(L^r-1)+1$ подмножеств T', из которых $(L^2-1)L^n$ для каждого $n=0, 1, \ldots, r-1$ имеют мощность L^n. Следовательно, для вычисления $L^r \times L^r$-точечного д.д.п.Ф., достаточно выполнить $(L+1)(L^r-1)+1$ одномерных д.п.Ф., среди которых L^n-точечными для каждого $n=0, 1, \ldots, r-1$ являются $(L^2-1)L^n$ преобразований.

Из (4.3) и (4.4) нетрудно получить формулу оценки количества M'_{L^r, L^r} умножений в таком спаренном алгоритме. Например, для $L=2$ получаем оценку $M'_{2^r, 2^r} = 2 \cdot 4^{r-1}(r - 7/3) + 8/3$, которая указывает, что в спаренном алгоритме по сравнению с рекуррентным векторным количество умножений сокращается на $\sim 4^r$ операций. Для нечетных простых L получаем

$$M'_{L^r, L^r} \leqslant (L^2-1) \sum_{n=1}^{r-1} L^n M_{L^n} + (L-1) L^{2r} - (L+1) L^r + 2,$$

причем здесь считается, что все составляющие $f'_{p,s,t}$ в (4.3) вычисляются прямым образом по формуле (4.2) и максимальным числом $L-1$ умножений на экспоненциальные множители W_L^k, $k=1, 2, \ldots, L-1$.

В общем случае значений N_1 и N_2 разбиение вида (4.1) имеет следующее построение. Пусть $N_0 = \text{НОД}(N_1, N_2) = L_1^{r_1} \ldots L_n^{r_n}$, где $r_m \geqslant 1$, а L_m — простые числа для всех $m=1, 2, \ldots, n$, упорядоченные по убыванию, и A_m — следующие множества отсчетов:

$$A_1 = J_{N_1, N_2} \setminus \{(N_0/L_n, N_0/L_n)\}, \quad A_m = K_m J_{N_1/K_m, N_2/K_m}, \quad K_m = L_1^{r_1} \ldots L_m^{r_m}.$$

Нетрудно проверить, что совокупность множеств

$$((((T_{jp,js;L_m})_{j=1,2,\ldots,L_m-1})_{(p,s) \in A_m})_{m=1,2,\ldots,n}, T_{N_0,N_0})$$

является разбиением σ'_{N_1,N_2} области X_{N_1,N_2}, раскрывающим F_{N_1,N_2}. Следовательно, для вычисления $N_1 \times N_2$-точечного д.д.п.Ф. в спаренном алгоритме достаточно выполнить card σ' одномерных преобразований, card A_m из которых для $m \in [1, n]$ являются $N/(L_1^{r_1} \ldots L_{m-1}^{r_{m-1}} L_m)$-точечными д.п.Ф.

Например, 8×6-точечное д.д.п.Ф., вычисляется с помощью трех 12-точечных, 6-точечного и двух 3-точечных д.п.Ф., а 6×3-точечное д.д.п.Ф., с помощью 6-точечного и трех неполных 6-точечных д.п.Ф.

С помощью спаренного представления можно получить общее матричное представление для д.д.п.Ф. произвольных порядков. Оно основано на свойстве ортогональности преобразования

$$\chi_{\sigma'} : f \to \{f_{T'};\ T' \in \sigma'\}, \tag{4.5}$$

когда покрытие σ' – разбиение области X_{N_1,N_2}.

Матрицу такого преобразования, как это следует из (4.3), можно представить в виде $[\overline{W}][\chi']$, где $[\overline{W}]$ – диагональная матрица с экспоненциальными множителями, а χ' – ортогональное дискретное спаренное преобразование:

$$\chi' = \chi'_{N_1,N_2} : f \to \{\overline{F}'_{p,s;L};\ T'_{p,s;L} \in \sigma'\},$$

основные свойства которого в частном случае $N_1 = N_2 = 2^r$ подробно описаны в [6].

Для матрицы д.д.п.Ф., рассматриваемой в двумерном виде, получаем с помощью преобразования (4.5)

$$[F_{N_1,N_2}]_{\text{эп}} = \Big(\bigoplus_{T' \in \sigma'} [F_{\text{card } T'}]\Big)[\chi_{\sigma'}]_{\text{эп}}, \tag{4.6}$$

где индекс эп означает, что матрица преобразования составлена из эпюр его базисных функций, а $\oplus$ – операция кронекеровской суммы матриц.

Например, в случае $N_1 = N_2 = L^r$, где L простое, а $r > 1$, в (4.6) имеет место

$$[F_{L^r,L^r}]_{\text{эп}} = \Big(\bigoplus_{1}^{L-1} \bigoplus_{n=0}^{r-1} \bigoplus_{1}^{(L+1)L^n} [F_{L^n}] \oplus 1\Big)[\overline{W}]\,[\chi'_{L^r,L^r}]_{\text{эп}},$$

где

$$[\overline{W}] = \Big(\bigoplus_{1}^{L-1} \bigoplus_{n=0}^{r-1} \bigoplus_{1}^{(L+1)L^n} \operatorname{diag}(1, W^1_{L^{n+1}}, W^2_{L^{n+1}}, \ldots, W^{L^n-1}_{L^{n+1}})\Big) \oplus 1.$$

Для построения разбиений, раскрывающих д.д.п.Ф. можно рассматривать подмножества вида (2.3) и в общем виде, когда L не обязательно простое, а любой делитель числа N. Например, для $N = 4^r$, $r > 1$, в качестве таких можно взять подмножества $T'_{p,s;4}$, и для больших r, как и в одномерном случае [5], нетрудно получить, что использование предлагаемого алгоритма для 4-спаренного представления дает возможность снизить число операций умножений до $O(N^2)$. При этом алгебраическая структура $4^r \times 4^r$-точечного д.д.п.Ф., раскрывается аналогичным матричным представлением (4.6).

В заключение отметим, что предлагаемый алгоритм можно использовать и для вычисления д.д.п.Ф $F_{N_1,N_2} \circ f$ с непрямоугольным фундаментальным периодом, а также для последовательностей с непрямоугольной областью определения.

Рассмотрим, например, д.д.п.Ф. $F^2_{3N,N}$ с гексагональным расположением отсчетов последовательности f и отсчетов $X_{3N,N}$, которое описывается выражением [7]

$$F_{p_1,p_2} = (F^2 \circ f)_{p_1,p_2} = \sum_{n_1=0}^{3N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} f_{n_1,n_2} W_{3N}^{[(2n_1-n_2)p_1+3n_2p_2]}. \tag{4.7}$$

Такое $3N \times N$-точечное преобразование Фурье раскрывается рассмотренными выше неприводимым покрытием $\sigma_{3N,N}$ и разбиением $\sigma'_{3N,N}$, составленными из множеств (2.2) и (2.3) соответственно. Действительно, из (4.7) прямо следует, что для преобразования $F^2_{3N,N}$, как и для прямоугольного $F_{3N,N}$, имеют место формулы (3.2)

и (4.3), если компоненты $f_{p_1, p_2, t}$ в (3.2) и (4.2) определить по формуле

$$f_{p_1,p_2,t} = \sum_{n_1=0}^{3N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} \{f_{n_1,n_2};\ (2n_1-n_2)p_1+3n_2p_2=t \bmod (3N)\},$$

где $t=0, 1, \ldots, 3N-1$. И как следствие получаем другие, определяющие векторное и спаренное представления $F^2_{3N,N}$, преобразования χ_σ и $\chi_{\sigma'}$, причем второе является ортогональным. Поэтому для гексагонального д.д.п.Ф. имеет место аналогичное матричное представление (4.6).

Ясно, что рассмотренными покрытиями не ограничивается все множество покрытий и разбиений, которые раскрывают д.д.п.Ф. Поэтому, при построении других таких покрытий или разбиений возможно будут иметь место и другие, более эффективные применения предлагаемого алгоритма.

Таким образом, на основе покрытий, раскрывающих д.д.п.Ф., построен общий алгоритм его вычисления, частными случаями которого являются как известные, так и новые результаты.

Список литературы

1. *Григорян А. М.* Новые алгоритмы вычисления дискретных преобразований Фурье // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1986. Т. 26. № 9. С. 1407–1412.
2. *Григорян А. М.* Алгоритм вычисления двумерного дискретного преобразования Фурье // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1984. Т. 27. № 10. С. 52–57.
3. *Григорян А. М.* Алгоритм вычисления двумерного дискретного преобразования Фурье с равными порядками // Тезисы IX Всес. конф. по теории кодирования и передачи информации. Одесса, 1988. С. 49–52.
4. *Нуссбаумер Г.* Быстрые преобразования Фурье и алгоритмы вычисления сверток. М.: Радио и связь, 1985.
5. *Григорян А. М.* Алгоритм вычисления одномерного дискретного преобразования Фурье // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1988. Т. 31. № 5. С. 47–52.
6. *Григорян А. М., Григорян М. М.* Двумерное дискретное преобразование Фурье в тензорном представлении и новые ортогональные функции // Автометрия. 1986. № 1. С. 21–27.
7. *Даджион Д., Мерсеро Р.* Цифровая обработка многомерных сигналов. М.: Мир, 1988.

Поступила в редакцию 30.04.87
Переработанный вариант 29.12.90

УДК 519.62

М. Г. НЕЙГАУЗ

(Москва)

О МЕТОДЕ МЕДЛЕННЫХ КОМБИНАЦИЙ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ

Предложен новый способ линейного преобразования дифференциальных уравнений химической кинетики, приводящий систему к более удобному для интегрирования виду.

В [1] предложен метод линейного преобразования дифференциальных уравнений химической кинетики (д.у.х.к.), названный авторами методом медленных комбинаций (м.м.к.). Практическая его реализация, описанная в [1] и [2], имеет существенные недостатки. В настоящей статье кратко описан м.м.к., его реализация из [1] и [2], недостатки этой реализации и предложена новая.

1. Дифференциальные уравнения химической кинетики. Обозначим через $X_1(t), \ldots, X_n(t)$ искомые функции. Пусть задана следующая схе-